on a : r(A) = A alors $z_A = iz_A + 1$ d'où $z_A = \frac{1}{1-i} = \frac{1+i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

conclusion : r est une rotation de centre $A(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

2°/ On a : r(M) = M' donc AM = AM' et $\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM'}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ donc

AMM' est un triangle isocèle et rectangle en A .

3°/ f est la composée d'un déplacement et d'un antidéplacement donc f est un antidéplacement .

Soit M' = f (M) : M' = r ° S_Δ (M) . On pose $M_1 = S_\Delta(M)$.

Soit M(x , y) $\Rightarrow$ M_1 (- x , y) d'où M' (1 – y , -x) d'où :

$$f : \begin{cases} P \to P \\ M(x,y) \to M'(x',y') / \begin{cases} x' = 1 - y \\ y' = -x \end{cases} \end{cases}$$

Supposons que f admet un point invariant M(x , y) on a : f (M) = M donc

$$\begin{cases} x = 1 - y \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$$ impossible

Donc f est un antidéplacement qui n'a pas de points invariants alors f est ue symétrie glissante

$f = t_{\vec{u}} \circ S_D = S_D \circ t_{\vec{u}}$ où $\vec{u}$ est un vecteur directeur de D .

On a : $f \circ f = t_{2\vec{u}}$

$f \circ f$ (O) = f [f (O)] = O_2 avec O_1 (1,0) et O_2 (1,-1)

D'où $\overrightarrow{OO_2} = 2\vec{u} \Rightarrow \vec{u} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$

Cherchons l'axe D de f :

On sait que $\vec{u} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de D . Pour déterminer D , il suffit de déterminer un point de D .

On a : f (O) = O_1 donc $O^* O_1 \in D$.